

Theorie-examen
Complexe Analyse

Tweede Bachelor Ingenieurswetenschappen en verkorte programma's
Tweede Bachelor Fysica

N.B.: Gelieve op elk blad goed aan te duiden welke vraag je beantwoordt. Begin elke vraag op een nieuw blad. Dit deel van het examen duurt 75 minuten. Elke vraag staat op 10 punten. Argumenteer kort en duidelijk!

1. Beschouw een functie $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ die analytisch is in een punt a .

(a) Bewijs dat er een open schijf S bestaat waarop f kan geschreven worden als een machtreeks van de vorm

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - a)^n$$

voor zekere coëfficiënten $a_n \in \mathbb{C}$.

(b) Toon aan de f onbepaald afleidbaar is binnen S .

(c) Vind een formule voor het berekenen van de coëfficiënten a_n .

2. Bespreek de analytische voortzetting van de vierkantswortelfunctie $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x}$. Welke methode gebruik je om voort te zetten? Tot welk domein kan je deze functie analytisch voortzetten? Waarom kan je geen groter domein vinden? Leg het concept *vertakkingspunt* uit.

3. (a) Definieer het *convolutieproduct* van twee rijen $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

(b) Definieer de Z -getransformeerde van een rij $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

(c) Geef en bewijs een stelling die de Z -getransformeerde van het convolutieproduct van twee rijen geeft. Bespreek ook de convergentie.