

Theorie-examen
Complexe Analyse

Tweede Bachelor Ingenieurswetenschappen en verkorte programma's
Tweede Bachelor Fysica

N.B.: Gelieve op elk blad goed aan te duiden welke vraag je beantwoordt. Begin elke vraag op een nieuw blad. Dit deel van het examen duurt 75 minuten. Elke vraag staat op 10 punten. Argumenteer kort en duidelijk!

1. Zij D een enkelvoudig samenhangend domein $f: D \rightarrow \mathbb{C}$ een analytische functie.

(a) Leg uit wat we bedoelen met de notatie

$$\int_a^{z_0} f(z) dz$$

voor $a, z_0 \in D$. Waarom is deze notatie ondubbelzinnig?

(b) Voor $z \in D$ stellen we nu

$$F(z) := \int_a^z f(w) dw.$$

Bewijs dat F analytisch is over D en dat $F'(z) = f(z)$.

2. Onderstel dat een functie $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ analytisch is in het punt a . Bewijs dan dat er een open schijf S met middelpunt a bestaat waarop f kan geschreven worden als een machtreeks:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - a)^n.$$

Bepaal ook een formule die de coëfficiënt $a_n \in \mathbb{C}$ geeft voor $n \geq 0$.

3. Gegeven zijn twee functies $f_e, f_o: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die respectievelijk even en oneven zijn.

(a) Wat kan je dan zeggen over de waarden $F_e(i\omega)$ (resp. $F_o(i\omega)$) van de Fouriergetransformeerde van deze functies? Leg dit uit.

(b) In beide gevallen kan men de berekening van de Fouriergetransformeerde vereenvoudigen. Geef beide vereenvoudigde formules en bewijs ze.