

Theorie-examen
Complexe Analyse

Tweede Bachelor Ingenieurswetenschappen en verkorte programma's
Tweede Bachelor Fysica

N.B.: Gelieve op elk blad goed aan te duiden welke vraag je beantwoordt. Begin elke vraag op een nieuw blad. Dit deel van het examen duurt 75 minuten. Elke vraag staat op 10 punten. Argumenteer kort en duidelijk!

1. Beschouw een functie f die analytisch is in een punt a .
 - (a) Formuleer de *ongelijkheid van Cauchy* voor de moduli van de coëfficiënten van de Taylorreeks van f op een schijf met middelpunt a . Je hoeft geen bewijs te geven, maar moet wel alle symbolen in de ongelijkheid nauwkeurig omschrijven.
 - (b) Formuleer en bewijs de *stelling van Liouville*.
2. Gegeven is een functie $f: D \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$.
 - (a) Wat verstaat men onder een *singulariteit* van f ? Definieer alle soorten singulariteiten die je kent.
 - (b) Bewijs dat f op elke omgeving van een essentiële geïsoleerde singulariteit elk complex getal willekeurig goed benadert.
3.
 - (a) Definieer de *Fouriergetransformeerde* van een functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
 - (b) Geef de redenering die leidt tot nauwkeurige voorwaarden voor het bestaan van de Fouriergetransformeerde in $\omega \in \mathbb{C}$.
 - (c) Bewijs dat

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi.$$