

Theorie-examen
Complexe Analyse

Tweede Bachelor Ingenieurswetenschappen en verkorte programma's
Tweede Bachelor Fysica

N.B.: Gelieve op elk blad goed aan te duiden welke vraag je beantwoordt. Begin elke vraag op een nieuw blad. Dit deel van het examen duurt 75 minuten. Elke vraag staat op 10 punten. Argumenteer kort en duidelijk!

1. Beschouw een complexe functie f die analytisch is over een enkelvoudig samenhangend domein D dat een punt a bevat. Voor $z \in D$ definiëren we

$$F(z) := \int_a^z f(w) dw.$$

- (a) Leg uit waarom $F(z)$ goed gedefinieerd is.
(b) Bewijs dat F analytisch is over D en dat $F'(z) = f(z)$.
2. Gegeven is een functie $f: D \subset \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$.
- (a) Wat verstaat men onder een *singulariteit* van f ? Definieer alle soorten singulariteiten die je kent.
(b) Bewijs dat in een pool a van f geldt

$$\lim_{z \rightarrow a} f(z) = \infty.$$

- (c) Toon aan dat voor elk punt a waarvoor een omgeving V bestaat zodat f analytisch is op $V \setminus \{a\}$, de limiet

$$\lim_{z \rightarrow a} f(z)$$

bestaat.

3. (a) Definieer de *Fouriergetransformeerde* van een functie $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.
(b) Zij f begrensd en integreerbaar op $[a, b]$. Bewijs dat

$$\lim_{A \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) \sin Ax dx = 0$$

- (c) Geef een formule voor de inverse Fouriergetransformeerde van f . Beschrijf nauwkeurig alle notaties en voorwaarden die nodig zijn. Je hoeft geen bewijs te geven.