

Oefeningexamen januari

Wiskunde: algebra, analyse en meetkunde

Eerste Bachelor Bio-ingenieurswetenschappen en Ingenieurswetenschappen Architectuur

Naam:
Rolnummer:
Opleiding:
Aantal beschreven bladen (opgaveblad en kladbladen niet meegerekend):

Geef je antwoorden ten laatste om 12u30 uur af. Los elke vraag op een apart blad op, schrijf op elk blad je naam en je rolnummer en het nummer van de vraag. Schrijf op het opgavenblad uit hoeveel beschreven bladen je antwoorden bestaan, reken kladbladen en opgaveblad niet mee. Geef duidelijk aan welke bladen kladbladen zijn. Zorg ervoor dat je oplossing duidelijk leesbaar is, **verklaar elke stap in je oplossing**. Geef alle kladbladen en het opgavenblad ook af. We wensen je veel succes met dit examen!

1. (3p) Beschouw de matrix

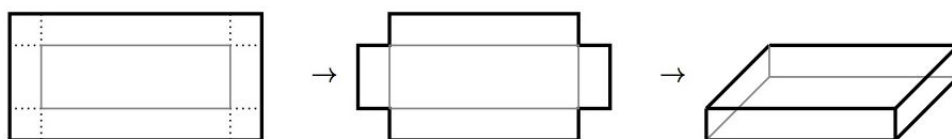
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Bepaal de eigenwaarden van A , en bepaal bij elke eigenwaarde de bijhorende eigenruimte.
- (ii) Bestaat er een inverteerbare matrix P zodat $D = P^{-1}AP$ een diagonaalmatrix is? Indien ja, bepaal P en D . Indien nee, leg uit waarom niet.
2. (2p) Bepaal de limiet van de volgende rijen:

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^{n+1}}{7n-1}$$

$$(ii) \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \ln \left(1 + \frac{2}{n} \right)$$

3. (3p) We hebben een stuk karton van 14 cm op 10 cm. In de vier hoekpunten worden vier gelijke vierkanten uitgesneden zoals aangegeven in stippelijn op onderstaande figuur. Van het overgebleven karton wordt een open bakje gemaakt door te plooiën langs de dunne lijnen zoals hieronder. Bepaal de hoogte van het bakje zodat dit maximaal volume heeft.



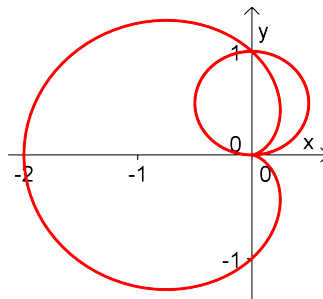
4. (3p) Beschouw het gebied in het eerste kwadrant dat ligt tussen de x-as en de grafiek van de functie met voorschrift $f(x) = -x \ln(x)$. Bepaal het volume van het omwentelingslichaam dat ontstaat door te wentelen om de x-as met behulp van een oneigenlijke integraal.
5. (2p) Los volgend beginwaardeprobleem op. Gebruik de methode van de variatie van de constante om een particuliere oplossing te vinden.

$$y'(x) + 2 \cot(x)y(x) = -\sin(2x), \quad y(\pi/3) = 0$$

6. (3p) Los volgende differentiaalvergelijking op:

$$y''(x) + 2y'(x) = 2xe^{-x} + 8x^2$$

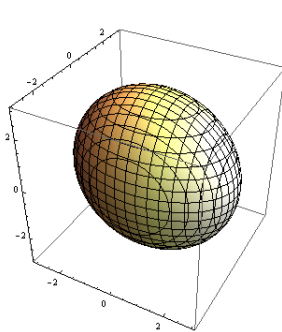
7. (3p) Bereken de oppervlakte van het gebied binnen $r = \sin \theta$ en buiten $r = 1 - \cos \theta$.



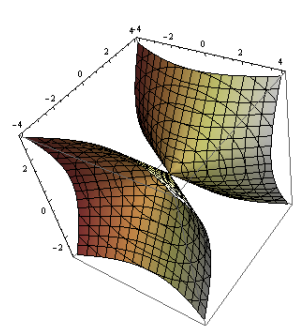
8. (1p) Koppel elk van de twee gegeven vergelijkingen aan één van de vier afgebeelde kwadrieken.

(i) $x^2 + y^2 = z^2$

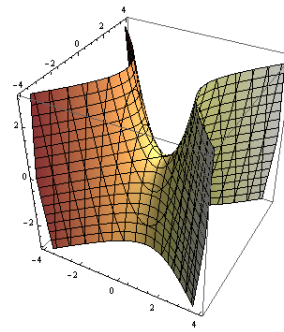
(ii) $4x^2 + 9y^2 + 4z^2 = 36$



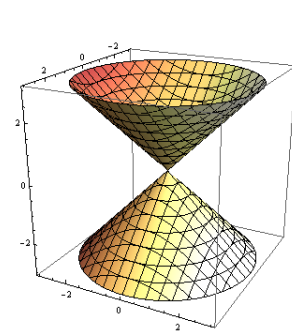
(a)



(b)



(c)



(d)